Développements limités sur les mesures de l'aversion au risque

Jean-Michel Courtault

Revue économique, Année 1992, Volume 43, Numéro 3
p. 509 - 518

Développements limités sur les mesures de l'aversion au risque

Jean-Michel Courtault*

Dans cette note, une démonstration rigoureuse établissant la validité des mesures de l'aversion au risque de Arrow-Pratt est explicitée et le lien avec l'approche de Kolm-Yaari est également mis au jour.

INTRODUCTION

Les mesures de l'aversion au risque dues aux travaux de K. Arrow [1965] et de J. Pratt [1964] font partie de ces outils que les économistes utilisent quotidiennement. L'intérêt majeur de ces mesures est qu'elles permettent de résumer entièrement l'aversion au risque d'un individu en ne faisant appel qu'à ses préférences relativement à la richesse certaine. Il est ainsi possible de séparer l'influence sur son comportement de l'information possédée par l'agent de son aversion au risque. Même si cette séparation peut sembler excessive à certains, elle présente néanmoins l'avantage de permettre l'étude de phénomènes qui, sinon, seraient difficilement appréhendables.

Bien que ces travaux soient déjà anciens et qu'ils aient donné lieu à une littérature abondante, il semblerait que la démonstration sur laquelle reposent les indices d'aversion au risque, qui n'a pas toute la rigueur souhaitable, n'ait pas été corrigée et ce, même dans les meilleurs manuels[1] . Une telle situation est d'autant plus dommageable qu'une partie non négligeable des économistes qui seraient prêt à accepter une démonstration faisant appel aux développements limités sont mal à l'aise à cause de la démonstration qui nous est offerte. Il paraît vraisemblable d'ailleurs qu'Arrow et Pratt, en bons mathématiciens,

* Je remercie J. Blot, F. Clerc et M. Mougeot et un rapporteur anonyme de la *Revue* pour leurs commentaires ainsi que D. Jeanney et P. Koch pour le graphique 1. Il apparaîtra en particulier que notre dette à l'égard de J. Blot ne saurait être sous-estimée. Je tiens à lui exprimer une nouvelle fois ma gratitude ainsi que mes regrets qu'il persiste à refuser de cosigner cette note.

1. Cf. par exemple, J. E. Ingersoll [1987], R. Jarrow [1988], J.-J. Laffont [1985].

n'aient pas jugé utile d'expliciter de façon détaillée leur démonstration. Nous montrerons dans la section 2 comment il est possible d'amender la démonstration de Arrow et Pratt pour la rendre acceptable à la plupart des économistes qui ont pensé qu'il faudrait, même s'ils n'en doutaient pas, s'assurer que les développements limités, que Arrow et Pratt rapprochaient pour établir la mesure de l'aversion au risque, correspondaient au même ordre de grandeur, et qui n'ont pas eu le temps ou la possibilité de s'en assurer par eux-mêmes. Notons, toutefois, que la démonstration proposée ne saurait satisfaire les puristes qui se refusent à recourir aux développements en série. A tel point que certains n'hésitent pas à distinguer les économistes suivant qu'ils utilisent ou pas les développements limités. Un tel purisme nous semble excessif. En effet, à partir du moment où l'on a fait les hypothèses suffisantes pour qu'une fonction possède un développement en série unique[1], cette technique mathématique devient aussi rigoureuse que n'importe qu'elle autre même si elle est d'une application moins étendue que certaines. Par ailleurs, l'avantage procuré par la faiblesse des hypothèses ne s'apprécie que par rapport à la pertinence des résultats[2] . On serait donc justifié de ne pas recourir à cet outil mathématique si l'on était capable d'obtenir les mêmes résultats avec des outils plus puissants. Dans la mesure où une telle démonstration n'a pas, à notre connaissance, été proposée, le recours à un formalisme qui peut sembler primaire à certains n'est cependant pas superflu.

MESURES DE L'AVERSION AU RISQUE

Bien que nous critiquions uniquement la démonstration des mesures de l'aversion au risque proposée par J. Pratt [1964], la même critique pourrait être faite aux démonstrations de K. Arrow [1965], A. Sandmo [1969] et d'une manière générale à tous les travaux effectués dans ce domaine[3] . Nous verrons cependant que les mesures proposées par ces différents auteurs restent valables.

1. Cf. J. Dixmier [1976], chap. 20.

2. Faire des hypothèses fortes n'est pas en soi un défaut pour une théorie. Il n'est malheureusement possible, la plupart du temps, de faire des prédictions plus intéressantes sur le monde qu'au prix d'hypothèses plus restrictives.

3. Sauf ceux de S.-C. Kolm ([1966], p. 77-78) et de M. Yaari [1969]. Nous verrons d'ailleurs le lien entre la méthode de Kolm-Yaari et celle exposée ici. L'approche de Arrow consiste à définir une probabilité de gain $p(h\ ;\ W)$ qui rend le choix d'une perspective aléatoire équivalente à la richesse initiale. Il se pose également un problème d'ordre de grandeur puisque le reste du développement en série s'écrit d'après Arrow (Appendice [1]) :

$$R = p(h\ ;\ W)\, R_1 + (1 - p(h\ ;\ W))\, R_2$$

Quoique R_1 et R_2 soient des infiniments petits au second ordre de h, rien ne prouve que R le soit également puisque la probabilité implicite de gain est également une fonction de h.

Le modèle que nous utiliserons dans cette section est une version simplifiée de celui de Pratt inspirée du modèle de Sandmo. Cela nous permettra de mettre plus clairement en évidence les problèmes posés par sa démarche ainsi que de leur apporter une solution simple. Nous montrerons également que la solution n'est pas contingente au modèle particulier que nous avons adopté en l'appliquant à un modèle beaucoup plus général.

Supposons que les préférences d'un individu puisse être représentées dans le certain par une fonction d'utilité cardinale de la richesse suffisamment dérivable et dans l'incertain par l'espérance mathématique de cette fonction d'utilité (à une transformation affine croissante près). Soit un individu confronté à la fluctuation aléatoire suivante de sa richesse. Celle-ci augmente ou diminue de h francs avec la probabilité 1/2. La prime de risque au niveau de richesse W, R(h, W) est l'équivalent certain que l'agent trouve indifférent à la loterie (h, $-h$; 1/2), c'est-à-dire[1] :

$$U (W - R (h \ ; W)) = \frac{1}{2} U (W + h) + \frac{1}{2} U (W - h) \qquad h > 0 \tag{1}$$

R (h ; W) est donc la prime maximale que l'agent est prêt à verser, au niveau de richesse W, pour éviter le risque de voir sa fortune amputée de h unités.

On dira que l'individu éprouve de l'aversion au risque, est neutre vis-à-vis du risque ou aime le risque suivant que la prime de risque est supérieure, égale ou inférieure à la moyenne du risque c'est-à-dire suivant que l'on ait :

$$R (h \ ; W) \ \begin{smallmatrix} > \\ = \\ < \end{smallmatrix} \ 0 \tag{2}$$

l'espérance mathématique du risque étant nulle dans le cas présent.

En suivant la méthode initiée par Pratt, on peut donner une mesure de l'aversion au risque. Il suffit de développer en fonction de R le membre de gauche de l'équation (1) et développer en fonction de h le membre de droite. Cela permet d'exprimer, lorsque h est suffisamment petit, la prime de risque par unité de variance du risque en fonction de l'utilité marginale de la richesse et de sa dérivée. On peut ainsi grâce à (2) donner une mesure locale de l'attitude vis-à-vis du risque en fonction uniquement des préférences de l'agent relativement à la richesse certaine. Formellement, on procède de la manière suivante :

$$U (W) - R \ U' (W) + o(R) = U(W) + \frac{h^2}{2} U'' (W) + o(h^2) \tag{3}$$

où l'on a pris en compte que la prime de risque est nulle lorsqu'il n'y a pas de risque et où o(R) et $o(h^2)$ représentent des infiniments petits

1. (1) définit R(h ; W) de manière unique puisque U(W) est strictement croissante.

d'ordre supérieur à R et h^2 respectivement. Considérant pour h suffisamment petit que $o(\mathrm{R})$ et $o(h^2)$ sont négligeables, on tire de (3) l'approximation suivante :

$$\frac{\mathrm{R}}{h^2} \approx -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{U}''(\mathrm{W})}{\mathrm{U}'(\mathrm{W})} \tag{4}$$

et en comparant (2) à (4) on déduit l'indice d'aversion absolue envers le risque :

$$\mathrm{ARA}(\mathrm{W}) = -\frac{\mathrm{U}''(\mathrm{W})}{\mathrm{U}'(\mathrm{W})} \tag{5}$$

Il n'est pas douteux que, lorsque h est petit, $o(\mathrm{R})$ et $o(h^2)$ le soient aussi. Cependant, pour que (4) soit une approximation valable à la limite, il est nécessaire que $o(\mathrm{R})$ tende vers zéro plus rapidement que h^2, cela étant vrai par définition de $o(h^2)$. Vu le rôle de l'équation (4) pour établir la mesure locale de l'aversion absolue au risque, il est important de montrer de façon rigoureuse que l'approximation supposée est effectivement valable à la limite.

On peut le démontrer de la façon suivante[1]. Développons en fonction de h les deux membres de l'équation (1). Celle-ci étant une identité, ses membres de droite et de gauche sont deux fonctions identiques de h. Or on sait qu'à chaque fonction est associé un développement limité unique. Les coefficients associés à une même puissance de h de part et d'autre de (1) sont donc égaux. Cela nous permet d'exprimer les dérivées successives de la prime de risque et donc la prime de risque elle-même en fonction des préférences de l'individu. Il devient alors évident que (4) est une approximation valable à la limite, c'est-à-dire pour h suffisamment petit. Formellement, on procède de la façon suivante :

$$\mathrm{U}(\mathrm{W}) - \mathrm{U}'(\mathrm{W})\,\mathrm{R}'(0\,;\mathrm{W})\,h + (\mathrm{U}''(\mathrm{W})\,[\mathrm{R}'(0\,;\mathrm{W})]^2 - \mathrm{U}'(\mathrm{W})\,\mathrm{R}''(0\,;\mathrm{W}))\frac{h^2}{2}$$
$$+\, o(h^2) \equiv \mathrm{U}(\mathrm{W}) + \mathrm{U}''(\mathrm{W})\frac{h^2}{2} + o(h^2) \tag{6}$$

Cette relation étant valable pour tout h, on peut écrire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \mathrm{U}'(\mathrm{W})\,\mathrm{R}'(0\,;\mathrm{W}) = 0 \\ \mathrm{U}''(\mathrm{W})\,[\mathrm{R}'(0\,;\mathrm{W})]^2 - \mathrm{U}'(\mathrm{W})\,\mathrm{R}''(0\,;\mathrm{W}) = \mathrm{U}''(\mathrm{W}) \\ \text{etc.} \end{cases} \tag{7}$$

1. Cette technique nous a été montrée par J. Blot.

En supposant que la fonction d'utilité est monotone[1], on tire des deux premières équations de (7) les relations :

$$R'(0\,;W) = 0 \tag{8}$$

$$R''(0\,;W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} \tag{9}$$

Le développement en fonction de h de la prime de risque donne après substitution des équations (8) et (9) :

$$R(h\,;W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)}\frac{h^2}{2} + o(h^2) \tag{10}$$

ce qui prouve que (4) est correcte pour h suffisamment petit. (5) est donc bien une mesure locale de l'aversion au risque puisqu'elle a le même signe que la prime de risque pour h suffisamment petit. Il apparaît également qu'il n'est pas possible de déduire de (5) une attitude globale de l'individu vis-à-vis du risque. En effet, lorsque h ne tend pas vers zéro, le terme symbolisé par $o(h^2)$ n'est plus négligeable par rapport à h^2 et par conséquent le signe de (5) n'est pas nécessairement le même que celui de la prime R $(h\,;W)$.

Notons qu'il n'est pas suffisant que ARA(W) soit nul pour que l'on puisse considérer l'individu comme neutre au risque même dans un sens purement local. En effet, dans ce cas (10) devient :

$$R(h\,;W) = -\frac{U^{(4)}(W)}{U'(W)}\frac{h^4}{4\,!} + o(h^4) \tag{10'}$$

Des arguments analogues à ceux développés pour (10) nous conduisent à admettre alors pour mesure de l'aversion au risque (ou d'amour du risque, suivant le signe) $-\dfrac{U^{(4)}(W)}{U'(W)}$ à condition toutefois que ce coefficient ne soit pas nul. Ainsi pour qu'un individu soit neutre au risque, il faut et il suffit que les dérivées d'ordre supérieur ou égal à deux de sa fonction d'utilité s'annulent. Mais alors la prime de risque est nulle quelle que soit la grandeur du risque h. Cela prouve que la neutralité au risque ne peut être que globale.

La méthode précédente présente l'avantage de mettre en évidence les liens existant entre les analyses de Arrow-Pratt et de Kolm-Yaari. On peut d'une

1. Dans le cas où l'individu aurait atteint en W un point de saturation la prime de risque est approximativement égale $\mp h$. Dans une telle situation l'étude de l'attitude vis-à-vis du risque n'a plus aucun sens puisqu'on peut dire d'après (2) que le consommateur éprouve à la fois de l'aversion et de l'amour vis-à-vis du risque. Peut-on d'ailleurs encore parler de risque ? Comme le remarque S.-C. Kolm [1966], p. 45, une situation n'est véritablement risquée pour un individu que si elle fait intervenir simultanément des éventualités qu'il considère comme incertaines et non indifférentes.

manière analogue à ces derniers définir une « frontière d'acceptation » telle que l'individu accepte de payer au plus R pour éviter le risque h. L'identité (1) nous autorise à imposer les restrictions suivantes à la frontière d'acceptation de l'individu :

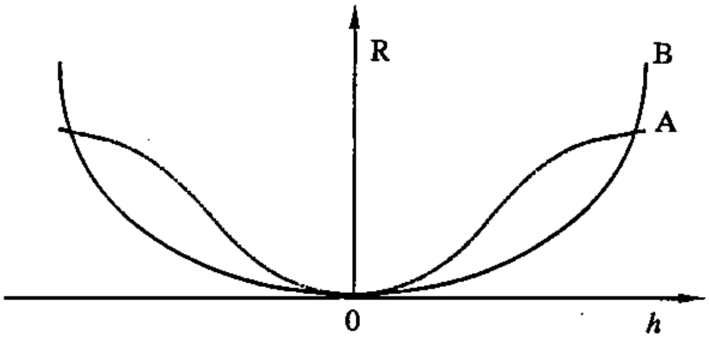
$$-U'(W - R(h\,;W))\,R'(h\,;W) = \frac{1}{2}U'(W+h) - \frac{1}{2}U'(W-h) \qquad (8')$$

$$U''(W - R(h\,;W))\,[R'(h\,;W)]^2 - U'(W - R(h\,;W))\,R''(h\,;W)$$
$$= \frac{1}{2}U''(W+h) + \frac{1}{2}U''(W-h) \qquad (9')$$

En l'absence de risque ($h = 0$) ces restrictions se réduisent aux équations (8) et (9).

Deux individus A et B ne sont comparables dans leur attitude vis-à-vis du risque que si leurs frontières d'acceptation sont tangentes à l'origine. En effet, on pourrait dire dans le cas contraire que l'un des individus a une plus grande aversion envers le risque que l'autre pour h (puisqu'il est prêt à payer plus pour l'éviter) et une moins grande aversion pour $-h$. Or, comme le montre (1), ces deux risques sont en fait identiques puisque l'utilité de l'agent ne dépend que du montant de la richesse et pas de l'état de la nature en lui-même. La tangence à l'origine des frontières d'acceptation revient à supposer que les individus A et B ont les mêmes probabilités subjectives des événements[1].

Graphique 1



Supposons donc que l'on puisse comparer l'aversion absolue au risque de MM. A et B. La dérivée seconde de la « frontière d'acceptation » évaluée à l'origine va nous permettre de classer ces individus suivant leur attitude au risque. On peut dire, en effet, que M. A a une aversion plus grande que M. B si la prime de risque de A est supérieure à celle de B. Cela implique qu'à l'origine la dérivée seconde de la « frontière d'acceptation » de M. A est supérieure à celle de M. B (graphique 1). Dans le cas où le consommateur a un comportement conforme à l'hypothèse de l'espérance de l'utilité, (9) donne la valeur de

1. Cela constitue la première remarque de Yaari. Dans un cadre plus général que celui adopté ici où p serait la probabilité subjective de l'événement favorable, la pente évaluée à l'origine de la « frontière d'acceptation » serait égale à $1 - 2p$. C'est pourquoi dans le cas présent la « frontière d'acceptation » est tangente à l'axe des abcisses (cf. (8)).

R″ (0 ; W), ce qui confirme que (5) est bien une mesure locale correcte de l'aversion absolue au risque[1].

Cependant l'intérêt principal de la méthode proposée réside dans le fait qu'elle nous permet d'étudier rigoureusement le changement de comportement vis-à-vis du risque lorsque certains paramètres varient. Par exemple, pour étudier l'influence de l'accroissement de la richesse sur l'attitude face au risque, il suffit d'étudier son impact sur la prime de risque. Suivant que celle-ci croît, reste constante ou décroît, on dit que l'aversion absolue au risque est croissante, constante ou décroissante avec la richesse. Traditionnellement, l'influence de la richesse sur la prime de risque est appréhendée à partir de l'équation (4). Il apparaît alors que cette influence est positive, nulle ou négative suivant que l'indice d'aversion absolue au risque ARA (W) est croissant, constant ou décroissant. Cette propriété confirme ainsi (5) comme mesure adéquate de l'aversion absolue au risque.

Toutefois, P. Samuelson [1970] a montré dans un autre contexte qu'une telle procédure ne pouvait être utilisée sans précaution. En effet, il montre qu'on ne peut généralement pas connaître la dérivée d'une fonction à partir de celle d'une fonction approximativement égale, et ce, même à la limite. Dans le présent contexte on ne peut pas déduire de (4) :

$$\lim_{h\to 0} \frac{\partial R(h\,;\,W)/\partial W}{h^2} = \frac{1}{2}\lim_{h\to 0} \frac{\partial \mathrm{ARA}\,(W)}{\partial W} \tag{11}$$

L'équation (10), cependant, nous assure que (11) est correcte[2].

Nous avons jusqu'ici supposé implicitement que h est une mesure adéquate du risque. Nous allons maintenant nous attacher à montrer qu'un accroissement de h correspond à un accroissement du risque[3] . D'une part, une augmentation de h entraîne une augmentation de la variance h^2 ; d'autre part, suite à une augmentation de h l'enjeu devient plus risqué puisqu'on peut soit gagner plus, soit perdre plus. Enfin, la prime de risque d'un individu éprouvant de l'aversion au risque aura tendance à augmenter suite à l'augmentation de h[4]. En effet, de (10) on tire :

$$\lim_{h\to 0} \frac{\partial R(h\,;\,W)\,/\,\partial h}{h} = \mathrm{ARA}\,(W) \tag{12}$$

1. Cela constitue la seconde remarque de Yaari. Celui-ci observe de plus que l'aversion au risque est caractérisée dans le cas général par une dérivée seconde de la « frontière d'acceptation » positive à l'origine.

2. Toutefois le degré d'approximation n'est pas le même pour (4) et (11). De plus même si (11) a une limite nulle, il ne s'ensuit pas nécessairement que l'aversion absolue au risque soit constante.

3. Nous supposons h positif. Pour h négatif, une augmentation de h correspond à une diminution du risque.

4. Dans le cas général une augmentation de la variance d'une variable aléatoire n'est pas équivalente à un accroissement du risque. Les deux autres arguments restent cependant valables. Cf. M. Rothschild et J. Stiglitz [1970], [1971]. Toutefois, comme nous le verrons plus loin, un accroissement de la variance correspond à un accroissement local du risque.

Il est possible de déterminer par la même méthode un indice d'aversion relative au risque ainsi que diverses mesures d'aversion temporelle[1] ; toutefois, il nous semble préférable de montrer comment on peut généraliser les résultats précédents. Considérons, après Kolm ([1966], p. 74-75), Kilstrom et al. [1981] et Ross [1981], un individu dont la richesse initiale est aléatoire. La prime de risque partielle $\rho(\gamma ; \tilde{W}, \tilde{X})$ au niveau de richesse $\tilde{W}$ est l'équivalent certain que l'agent trouve indifférent au risque $\gamma\tilde{X}$ indépendant de sa richesse initiale[2], c'est-à-dire :

$$EU(\tilde{W} + \gamma\tilde{X}) \equiv EU(\tilde{W} - \rho(\gamma ; \tilde{W} ; \tilde{X})) \qquad E[\tilde{X}/W] = 0 \qquad (13)$$

où γ n'est pas nécessairement égal à un, contrairement à ce qui est envisagé par les auteurs cités ci-dessus. On pourra ainsi étudier le comportement de l'agent lorsque le risque auquel il est confronté devient infiniment petit.

Le développement en série de la fonction d'utilité en un état de la nature quelconque s'écrit :

$$U(\tilde{W} + \gamma\tilde{X}) \equiv U(\tilde{W}) + \gamma\tilde{X}\,U'(\tilde{W}) + \frac{U''(\tilde{W})}{2}(\gamma\tilde{X})^2 + o(\gamma^2) \qquad (14)$$

$$U(\tilde{W} - \rho(\gamma ; \tilde{W}, \tilde{X})) \equiv U(\tilde{W}) - U'(\tilde{W})\,\rho'(0 ; \tilde{W}, \tilde{X})\,\gamma + [U''(\tilde{W})\,[\rho'(0 ; \tilde{W}, \tilde{X})]^2 - U'(\tilde{W})\,\rho''(0 ; \tilde{W}, \tilde{X})]\,\frac{\gamma^2}{2} + o(\gamma^2) \qquad (14')$$

d'où l'on tire en prenant l'espérance conditionnelle :

$$E[U(\tilde{W} + \gamma\tilde{X})/W] \equiv U(\tilde{W}) + \frac{U''(\tilde{W})}{2}\gamma^2\sigma^2 + o(\gamma^2) \qquad (15)$$

$$E[U(\tilde{W} - \rho(\gamma ; \tilde{W}, \tilde{X}))/W] \equiv U(\tilde{W}) - U'(\tilde{W})\,\rho'(0 ; \tilde{W}, \tilde{X})\,\gamma + [U''(\tilde{W})\,[\rho'(0 ; \tilde{W}, \tilde{X})]^2 - U'(\tilde{W})\,\rho''(0 ; \tilde{W}, \tilde{X})]\,\frac{\gamma^2}{2} + o(\gamma^2) \qquad (15')$$

1. Cf. J.-M. Courtault [1989].

2. Ce qui correspond à un accroissement du risque au sens de Rothschild et Stiglitz. Notons également avec Kihlstrom et al. [1981] que si $\tilde{X}$ était corrélé négativement avec $\tilde{W}$ un individu éprouvant de l'aversion au risque ne souhaiterait pas s'assurer contre ce risque partiel (c'est-à-dire la prime de risque ρ serait négative).

où σ^2 est la variance conditionnelle de $\tilde{X}$. En prenant l'espérance non conditionnelle de part et d'autre de (15) et (15′) on obtient, respectivement :

$$EU(\tilde{W} + \gamma\tilde{X}) \equiv EU(\tilde{W}) + \frac{EU''(\tilde{W})}{2}\gamma^2\sigma^2 + o(\gamma^2) \qquad (16)$$

$$EU(\tilde{W} - \rho(\gamma\,;\tilde{W},\tilde{X})) \equiv EU(\tilde{W}) - EU'(\tilde{W})\,\rho'(0\,;\tilde{W},\tilde{X})\,\gamma + (EU''(\tilde{W})$$
$$[\rho'(0\,;\tilde{W},\tilde{X})]^2 - \frac{EU'(\tilde{W})}{2}\rho''(0\,;\tilde{W},\tilde{X}))\,\gamma^2 + o(\gamma^2) \qquad (16')$$

En substituant les équations (16) et (16′) dans l'équation (13), on obtient par identification les relations suivantes :

$$\begin{cases} \rho'(0\,;\tilde{W},\tilde{X}) = 0 \\ \rho''(0\,;W,X) = -\dfrac{EU''(\tilde{W})}{EU'(\tilde{W})}\sigma^2 \end{cases} \qquad (17)$$

Le développement en fonction de γ de la prime de risque partielle donne après substitution de (17) :

$$\rho(\gamma\,;\tilde{W},\tilde{X}) = -\frac{EU''(\tilde{W})}{EU'(\tilde{W})}\sigma^2\frac{\gamma^2}{2} + o(\gamma^2) \qquad (18)$$

On peut donc prendre comme mesure de l'aversion absolue au risque lorsque la richesse initiale est aléatoire le coefficient suivant :

$$ARA(\tilde{W}) = -\frac{EU''(\tilde{W})}{EU'(\tilde{W})} \qquad (19)$$

qui est une généralisation de (5). Il apparaît également que la variance est une mesure locale du risque puisque, lorsqu'elle augmente, la prime de risque d'un individu éprouvant de l'aversion au risque augmentera également.

CONCLUSION

Le but de cette note a été de démontrer qu'il était possible d'utiliser rigoureusement un outil mathématique aux possibilités par ailleurs limitées. L'application de cette technique au problème de la mesure de l'aversion au risque nous a permis de nous assurer que les résultats classiques de Arrow et Pratt étaient effectivement corrects (comme l'on pouvait s'y attendre de la part d'économistes mathématiciens aussi prestigieux). En plus de la rigueur, notre démonstration a l'avantage de bien mettre en évidence la nature locale des mesures de l'aversion au risque et la nature globale de la notion de neutralité au risque. En outre, elle nous permet de mieux comprendre les affinités existant entre les analyses du type Arrow-Pratt et Kolm-Yaari trop souvent peut-être présentées comme alternative. Enfin et surtout, elle nous a permis d'étudier rigoureusement l'influence de la richesse et du risque sur l'attitude vis-à-vis du risque.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ARROW Kenneth [1965], « Theory of Risk Aversion », dans *Aspects of the Theory of Risk-Bearing*, p. 90-120, Helsinki, Yrjo Jahnsson Fondation.

COURTAULT Jean-Michel [1989], « Développements limités sur les mesures de l'aversion envers le risque et de l'impatience », miméo.

DIXMIER Jacques [1976], *Cours de mathématiques du premier cycle, première année*, Paris, Gauthier-Villars.

INGERSOLL Jonathan E. [1987], *Theory of Financial Decision Making*, Totowa, Rowman and Littlefield.

JARROW Robert A. [1988], *Finance Theory*, Englewood Cliffs, Prentice Hall.

KIHLSTROM Richard E., ROMER David, WILLIAMS Steve [1981], « Risk Aversion With Random Initial Wealth », *Econometrica*, p. 911-920.

LAFFONT Jean-Jacques [1985], *Économie de l'incertain et de l'information*, Paris, Economica.

KOLM Serge-Christophe [1966], *Les choix financiers et monétaires*, Paris, Dunod.

PRATT John W. [1964], « Risk Aversion in the Small and in the Large », *Econometrica*, p. 122-136.

ROSS Stephen A. [1981], « Some Stronger Measures of Risk Aversion in the Small and in the Large », *Econometrica*, p. 621-638.

ROTHSCHILD Michael, STIGLITZ Joseph [1970], [1971], « Increasing Risk I-II », *Journal of Economic Theory*, p. 225-243 et p. 66-84.

SAMUELSON Paul [1970], « The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in Terms of Means, Variances and Higher Moments », *Review of Economic Studies*, p. 537-542.

SANDMO Agnar [1969], « Capital Risk, Consumption and Portfolio Choice », *Econometrica*, p. 586-599.

YAARI Menahem [1969], « Some Remarks on Measures of Risk Aversion and Their Uses », *Journal of Economic Theory*, p. 315-329.